

UNIVERSITÄT REGENSBURG

FORTGESCHRITTENENPRAKTIKUM

Versuch: Quantenhall-Effekt

Praktikanten: Erik Fabrizzi, Fabian Tanzer

10. Februar 2022

Inhaltsverzeichnis

1	Introduction	2
2	Theorie	3
2.1	Der klassische Hall-Effekt	3
2.2	Erzeugung eines 2-dimensionalen Elektronen-Gases in einer Halbleiter-Heterostruktur	5
2.2.1	The idea	5
2.2.2	Quantenmechanische Betrachtung	6
2.3	Der Quanten-Hall-Effekt	6
2.3.1	Das 2-dimensionale Elektron und das Magnetfeld	6
2.3.2	Randpotential und Rankanale	8
2.3.3	Beschreibung des Ladungstransports in Rankanalmodell	8
2.3.4	Messungen mit allgemeiner Geometrie: Van-der-Pauw-Methode	9
3	Durchführung	10
3.1	Hallbar	10
3.1.1	Messung 2 a): Magnetfeld an der Hallbar von 0 auf 5 T fahren	11
3.1.2	Messung 2 b): Magnetfeld an der Hallbar von -5 auf 5 T fahren	13
3.1.3	Messung 2 c): Magnetfeld an der Hallbar von -5 auf 0 T fahren	14
3.2	Hallplateaus	15
3.3	Spinaufspaltung	16
3.4	Ladungsträgerdichte, Beweglichkeit, mittlere freie Weglänge	16
3.5	Van der Pauw Probe	17
3.5.1	Messung 4 a): Magnetfeld an der vdP-Probe von 0 auf 5 T fahren	17
3.5.2	Messung 4 b): Magnetfeld an der vdP-Probe von 5 auf -5 T fahren	18
3.5.3	Messung 4 c): Magnetfeld an der vdP-Probe von -5 auf 5 T fahren	19
3.5.4	Messung 4 d): Magnetfeld an der vdP-Probe von 5 auf -0,5 T fahren	20
3.5.5	Messung 5: Messung der Längsspannung unter der zyklischen Vertauschung der Kontakte	21
3.6	Hallplateaus	24
3.7	Ladungsträgerdichte, Beweglichkeit, mittlere freie Weglänge	25
3.8	Hallbar vs. vdP-Probe	26
4	Fazit	27

1 Introduction

Der Hall-Effekt ist ein physikalisches Phänomen, bei dem durch Anlegen eines Magnetfeldes senkrecht zum Stromfluss eine Spannung über einem leitenden Material erzeugt wird, das von einem Strom durchflossen wird. Klassischerweise kann man beobachten, dass die Größe einer solchen Spannung linear mit der Größe des auf das System wirkenden Magnetfeldes zunimmt. Diese Aussage trifft unter bestimmten Randbedingungen zu.

Im Rahmen unseres Experiments werden wir versuchen, den so genannten **Quanten-Hall-Effekt** zu beobachten, der erstmals 1980 von Nobelpreisträger Klaus von Klitzing beobachtet wurde. Er manifestiert sich in einem zweidimensionalen Elektronengas, das bei sehr niedrigen Temperaturen sowohl einem elektrischen als auch einem magnetischen Feld ausgesetzt ist, die senkrecht zueinander stehen.

Unter diesen Bedingungen verhält sich das System ganz anders als im klassischen Fall:

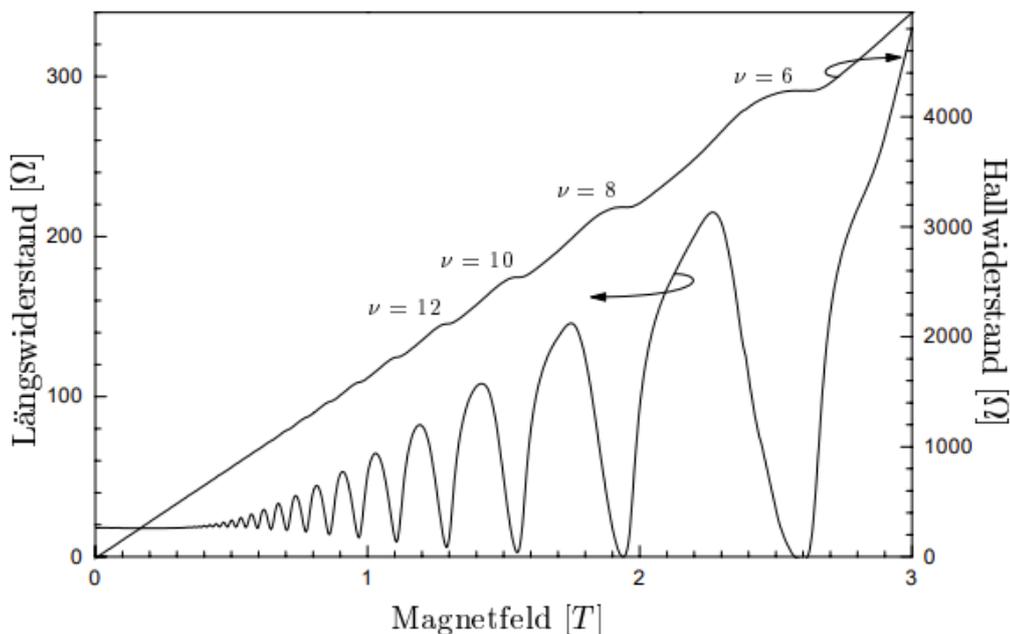


Abb. 1: Beispiel einer QHE-Messung: Der geradlinige Plot mit Plateaus ist repräsentativ für den Hall-Widerstand R_H , der Längswiderstand zeigt die charakteristischen Shubnikov-de Haas-Oszillationen.

Die lineare Abhängigkeit der Hall-Spannung vom Magnetfeld geht teilweise verloren. Es ist zu beobachten, dass für bestimmte Bereiche kein Spannungsanstieg erfolgt, wenn die Stärke des auf das System wirkenden Magnetfelds erhöht wird. Eine weitere interessante Erkenntnis ist, dass das Magnetfeld den Widerstand in der Bewegungsrichtung der Elektronen beeinflusst. Dieser Einfluss manifestiert sich in Form der Shubnikov-de Haas-Oszillationen.

Eine angemessene Erklärung für dieses Verhalten erhält man, wenn man die Quanteneffekte berücksichtigt, die unter den genannten Bedingungen auftreten.

2 Theorie

2.1 Der klassische Hall-Effekt

In diesem Abschnitt soll einleitend die Theorie des klassischen Falles diskutiert werden.

Wenn man einen Leiter hat, an den eine Spannung zwischen den beiden Enden angelegt wird, und man ein Magnetfeld senkrecht zum Stromfluss anlegt, kann man eine Spannung sowohl senkrecht zum Stromfluss als auch zum Magnetfeld beobachten.

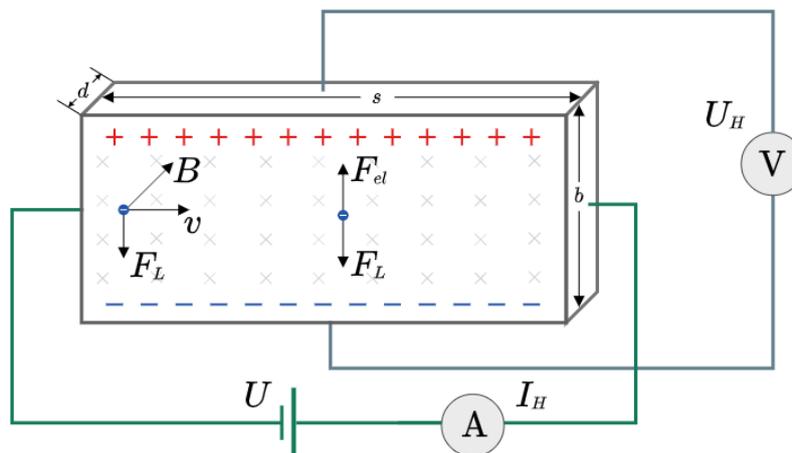


Abb. 2: Skizze zum klassischen Hall-Effekt. Der Leiter wird von einem Magnetfeld durchsetzt, das in die Blattebene wirkt und es ist die Spannung U angelegt. Durchlaufen nun die Elektronen den Leiter von links nach rechts, so wirkt auf diese die Lorentzkraft F_L nach unten. Zur Kompensation wirkt nun auch die Kraft F_{el} nach oben. Die dadurch erzeugte Spannung U_H kann man auch messen, indem man am Leiter oben und unten ein Spannungsmessgerät anlegt. [4]

Die Feldstärke der so genannten **Hall-Spannung** ist von vielen Eigenschaften des Materials abhängig.

Dieses System wird nun mit Hilfe des halbklassischen **Drude-Modells** für einen zweidimensionalen Leiter beschrieben:

Das Drude-Modell, das aus der kinetischen Theorie der Gase abgeleitet ist, geht davon aus, dass Elektronen, die sich im Material unter der Wirkung eines äußeren Feldes bewegen, im Durchschnitt zur Zeit τ zusammenstoßen und sich zwischen den Zusammenstößen frei bewegen. Die so genannte **Driftgeschwindigkeit** eines Elektrons, das sich in einem Leiter bewegt, der einem homogenen elektrischen Feld \vec{E} ausgesetzt ist, beträgt:

$$\vec{v}_D = \frac{e\tau}{m^*} \vec{E} \quad (1)$$

Wobei wir die **Mobilität** der Elektronen, eine materialabhängige Konstante, berücksichtigen können:

$$\mu = \frac{e\tau}{m^*} \quad (2)$$

wobei die **effektive Masse** m^* eine Annäherung an die Elektronenmasse ist, die vorgenommen werden muss, um der fiktiven Freiheit des Elektrons Rechnung zu tragen.

Nun müssen wir den Stromfluss in 2-Dimensionen beschreiben:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (3)$$

Oder, in Matrixform:

$$\begin{pmatrix} j_x \\ j_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \quad (4)$$

Wobei σ den **Leitfähigkeitstensor** darstellt. Für ein isotropes System muss ein solcher Tensor symmetrisch sein. Wir können folglich einen **Widerstandstensor** als die Umkehrung des Leitfähigkeitstensors definieren:

$$\rho = \sigma^{-1} = \frac{1}{\sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{xy}\sigma_{yx}} \begin{pmatrix} \sigma_{yy} & -\sigma_{xy} \\ -\sigma_{yx} & \sigma_{xx} \end{pmatrix} \quad (5)$$

Nachdem wir kurz einige der mathematischen Werkzeuge vorgestellt haben, die zur Beschreibung unseres Systems erforderlich sind, können wir mit der Betrachtung des Einflusses eines Magnetfeldes auf den zweidimensionalen Leiter fortfahren.

Wir betrachten nun ein 2D Leiter unter dem Einfluss eines anfänglichen elektrischen Feldes in Richtung x , auf das wir ein magnetisches Feld $\vec{B} = B \cdot \hat{e}_z$ anwenden werden. Wir können davon ausgehen, dass sich das System nach einer unbestimmten, aber kurzen Zeit in einem dynamischen Gleichgewicht befindet, in dem ein elektrisches Feld entsteht, um die auf die Elektronen wirkende Lorentzkraft zu kompensieren, also:

$$\frac{m^*}{\tau} \vec{v}_D = e[\vec{E} + (\vec{v}_D \times \vec{B})] \quad (6)$$

Mit $\vec{j} = e \cdot n_s \cdot \vec{v}_D$, $|\vec{v}_D| = v_F = \frac{\hbar k_F}{m^*} = \frac{\hbar \sqrt{2\pi n_s}}{m^*}$, mit v_F Fermigeschwindigkeit, und der Lösung für \vec{E} erhalten wir:

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{n_s e \mu} & -\frac{B}{n_s e} \\ \frac{B}{n_s e} & \frac{1}{n_s e \mu} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \end{pmatrix} \quad (7)$$

Vergleichen Sie dann mit $\vec{E} = \rho \vec{j}$:

$$\rho_{xx} = \rho_{yy} = \frac{1}{n_s e \mu} \quad (8)$$

die den **Längenwiderstand** und

$$\rho_{yx} = -\rho_{xy} = \frac{B}{n_s e} \quad (9)$$

die den **Hall-Widerstand** beschreibt.

Wie wir sehen können, beschreiben diese Ergebnisse korrekt, was wir bereits für den klassischen Hall-Effekt diskutiert haben. Um den QHE beobachten zu können müssen die Elektronen „[...] mehrere Zyklotronbahnen ungestört durchlaufen können“ [2, S. 27]. Somit muss die Umlaufzeit T_c deutlich kleiner sein als die durchschnittliche Streuzzeit τ eines Elektrons:

$$\begin{aligned} T_c &\ll \tau \\ \Leftrightarrow \frac{2\pi}{\omega_w} &\ll \frac{\mu m^*}{e} \\ \Leftrightarrow \frac{2\pi m^*}{eB} &\ll \frac{\mu m^*}{e} \\ \Leftrightarrow 2\pi &\ll \mu B \end{aligned}$$

Diese Abschätzung ist zwar sehr ungenau, aber für experimentelle Zwecke ausreichend und beruht auf dem klassischen Verständnis des Systems: Für eine solche Größe des Magnetfeldes haben wir, dass die Kreisbahnen der Elektronen eine Umdrehungsperiode haben, die viel kleiner ist als τ , dadurch werden die effektiven leitenden Eigenschaften des Materials beeinflusst.

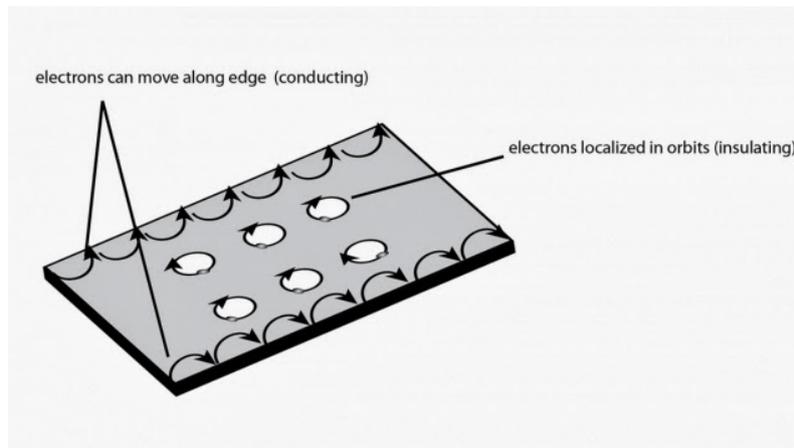


Abb. 3: Grafische Darstellung des Skipping Orbits Modells [3]

2.2 Erzeugung eines 2-dimensionalen Elektronen-Gases in einer Halbleiter-Heterostruktur

2.2.1 The idea

Die Idee hinter der Herstellung eines zweidimensionalen Elektronengases besteht darin, eine eindimensionale Potentialsenke zu schaffen, die auf die Elektronen des Materials einwirkt, das man für QHE-Untersuchungen verwenden möchte, und somit einen Freiheitsgrad zu entfernen.

Um dies zu erreichen, stapelt man verschiedene Schichten des Halbleitermaterials mit unterschiedlichen Fermi-Energien, wodurch Verformungen im Valenzband und Leitungsband entstehen, die die Quelle für die gewünschte Potentialsenke in der Stapelrichtung sind.

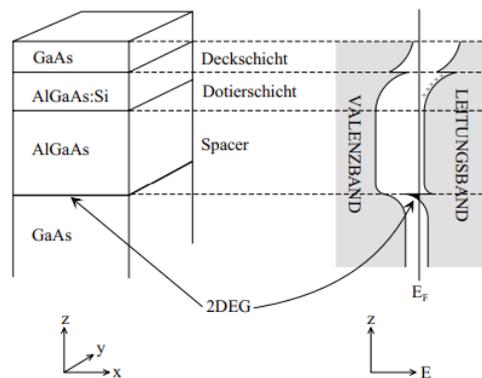


Abb. 4: Schichtaufbau einer typischen Heterostruktur: Eine Deckschicht dient als Oxidationsschutz, und die Spacerschicht sorgt für die räumliche Trennung von Dotierschicht und 2DEG. rechts: Bandverlauf in der Heterostruktur: An der Grenzschicht zwischen GaAs und AlGaAs entsteht ein Potentialtopf, in den die Elektronen eingeschperrt sind.

2.2.2 Quantenmechanische Betrachtung

Die grundlegendste Eigenschaft eines zweidimensionalen freien Elektronengases ist, dass die Energieeigenwerte des Systems sind:

$$E(s, k_x, k_y) = E_s + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m^*} \quad (10)$$

Wobei E_s der jeweilige s-Eigenzustand des Potentialtopfes ist, der den k_z -Freiheitsgrad aufhebt. Damit haben wir eine $DOS(E)$ (Density of States), die für jeden Wert von s konstant ist (DOS sieht aus wie eine Treppenfunktion). Bringt man ein solches System auf sehr niedrige Temperaturen, wie in unserem Experiment, so kann man die thermische Anregung der Elektronen in Bezug auf die Quantenzahl s begrenzen, so dass man das System als ein zweidimensionales freies Elektronengas betrachten kann, dessen Grundzustandsenergie um E_s verschoben ist.

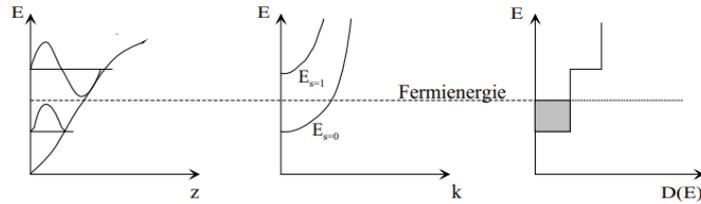


Abb. 5: Darstellungen der relevanten Eigenschaften einer Halbleiterstruktur, die für 2-dimensionale Elektronengasexperimente verwendet wird. Links: Wellenfunktionen in z -Richtung Mitte: Bandstruktur. Rechts: Zustandsdichte als Funktion der Energie.

2.3 Der Quanten-Hall-Effekt

In diesem Abschnitt wird beschrieben, wie sich ein zweidimensionales Elektronengas in einer Hall-Effekt-Anordnung im Rahmen der quantenmechanischen Beschreibung verhält. Anschließend werden die Ergebnisse diskutiert.

2.3.1 Das 2-dimensionale Elektron und das Magnetfeld

Um die Wirkung eines homogenen Magnetfeldes senkrecht zu unserem 2 dimensionalen Elektronengas zu untersuchen, stellen wir zunächst die Schrödingergleichung des Systems auf, indem wir das Vektorpotential $\vec{A} = (-By, 0, 0)$ verwenden, um ein homogenes Magnetfeld $\vec{B} = (0, 0, B)$ zu beschreiben (wie wir es aus der klassischen EM kennen: $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$:

$$\left(\frac{(i\hbar\nabla + e\vec{A}(x, y))^2}{2m^*} \right) \Phi(x, y) = E\Phi(x, y) \quad (11)$$

Daher:

$$\frac{1}{2m^*} ((p_x + eBy)^2 + p_y^2) \Phi(x, y) = E(x, y) \quad (12)$$

Welche mit Hilfe der Trennung von Variablen gelöst werden kann:

$$\Phi(x, y) = \phi(x)\chi(y) \quad (13)$$

Die Differentialgleichung in y führt uns zu :

$$\left[\frac{p_y^2}{2m} + \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 (y + y_k)^2 \right] \chi(y) = E\chi(y) \quad (14)$$

die mit $\omega = \frac{eB}{m^*}$, $y_k = \frac{\hbar}{eB}$, $q = \sqrt{\frac{m^*\omega_c}{\hbar}}y$ und $q_k = \sqrt{\frac{m^*\omega_c}{\hbar}}y_k$. Nach der Umschreibung in die Form des harmonischen Oszillators können wir sehen, dass die Gleichung Lösungen enthält:

$$\chi_{n,k} = \exp\left[-\frac{(q+q_k)^2}{2}\right] H_n(q+q_k) \quad (15)$$

wobei $H_n(q+q_k)$ für das n -te Hermite-Polynom steht. Die Energieeigenwerte zu solchen Wellenfunktionen sind:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_c \quad (16)$$

Man beachte, dass sie diskret sind und nicht von k abhängen: Dies sind die Eigenwerte der Landau-Niveaus und begrenzen die erlaubten Impulsvektoren k im System. Dieses Ergebnis ist extrem wichtig, weil es uns zu verstehen hilft, wie die erlaubten Zustände in der Materie zu diskreten Werten kondensieren und die Zustandsdichte eines zweidimensionalen Systems von einer Konstante zu einem Dirac-Kamm wird, der einen Abstand von $\hbar\omega_c$ hat.

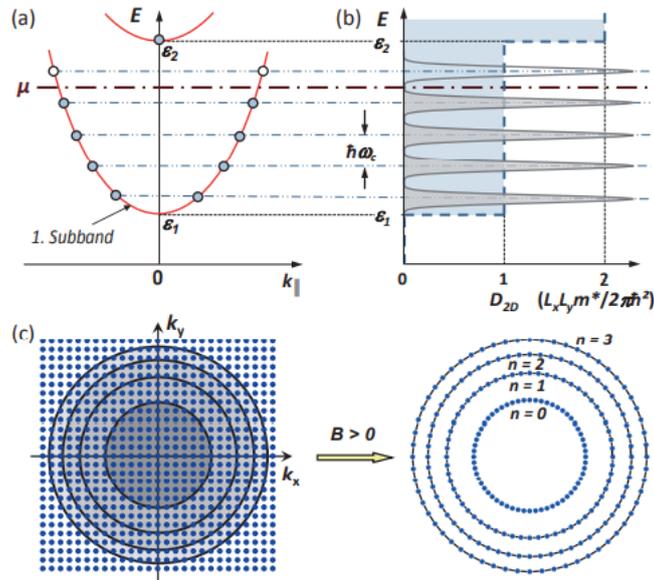


Abb. 6: Die Auswirkungen der Landau-Niveaus im Impulsraum und DOS(E): Man kann beobachten, wie viele Eigenzustände in wirklich hoch entarteten Eigenzuständen kondensiert werden[1].

Was wir beschreiben, hat eine gewisse Ähnlichkeit mit dem klassischen Aufbau: Elektronen, die in einem homogenen Magnetfeld in xy -Richtung oszillieren, würden sich klassischerweise auf Kreisbahnen bewegen, die eine Frequenz haben:

$$\omega_c = \frac{eB}{m} \quad (17)$$

Der Parameter y_k , den wir als Zentralkoordinate bezeichnen können, kann als Expansionszentrum für die verschiedenen Wellenfunktionen im System interpretiert werden, so dass verschiedene entartete Wellenfunktionen als Repräsentanten verschiedener Teile der Probe angesehen werden können.

2.3.2 Randpotential und Rankanäle

Berücksichtigt man die endliche Dimension der Probe, so stellt man fest, dass ein Randkanal $U(y)$ auf die Sonde wirkt. Dieses Potential beeinflusst die Zustandsdichte der Elektronen in der Nähe der Kontur der Probe und ermöglicht einen Ladungstransport, der ohne diesen Effekt nicht möglich wäre: Die Elektronen würden sich so anpassen, dass es kein Landau-Niveau bei E_F geben kann, also keine Elektronen, die zur Ladungsverteilung beitragen. Die Verzerrung der Landaus Niveaus erlaubt es ihnen, sich mit der Fermi-Energie zu schneiden und den Ladungstransport durchzuführen. Eine intuitive, aber klassische Darstellung dieses Effekts ist das **Skipping Orbits**-Modell.

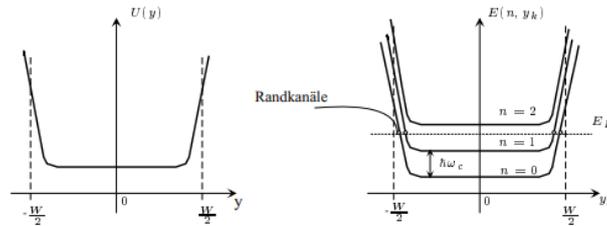


Abb. 7: Wirkung von Rankanälen auf das Energiespektrum von Elektronen.

2.3.3 Beschreibung des Ladungstransports in Rankanalmodell

Der Landau-Büttiker-Formalismus ist ein mathematisches Werkzeug zur Beschreibung des Rankanalmodells. Wir gehen von einer endlichen Probe aus, die mit einer Anzahl von Kontakten mit dem Index j verbunden ist. Wir lassen Strom aus einer Anzahl i von Rankanälen fließen, die auf einem endlichen System auftreten und eine Fermi-Energie zwischen dem $i - 1$ -ten und i -Landau-Niveau haben. Ziel dieses Formalismus ist es, den Ladungstransport im System durch eine Reihe von Transmissions- und Reflexionskoeffizienten zu beschreiben. Wir definieren die Koeffizienten als T_{kl} als die Wahrscheinlichkeit, dass ein Elektron vom Kontakt k zu einem Kontakt l gestreut wird, und R_{kk} als die Wahrscheinlichkeit, dass ein vom Kontakt k kommendes Elektron zurückgestreut wird.

Um die Anwendung dieses mathematischen Werkzeugs zu demonstrieren, betrachten wir nun den Fall, dass unser System aus nur 4 Kontakten μ_1 , μ_2 , μ_3 und μ_4 besteht, die die Geometrie eines Hallkreuzes haben, was auch dem Aufbau in unserem Experiment entspricht.

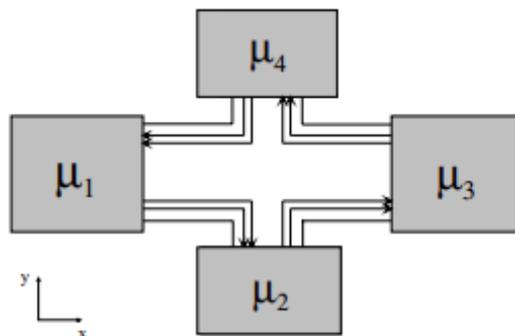


Abb. 8: Hall-Kreuz-Geometrie, werden die Kontakte so indiziert, dass sie mit den Definitionen übereinstimmen.

Wie erläutert, gehen wir davon aus, dass der einzige Ladungstransport über Randkanäle stattfindet. Unter Berücksichtigung einer Spannung U_{13} für die Transmissionskoeffizienten haben wir (da der Ladungstransport über Randkanäle widerstandslos erfolgt):

$$\begin{aligned} T_{14} = T_{43} = T_{32} = T_{21} &= 1 \\ T_{kl} &= 0 \text{ sonst.} \end{aligned} \quad (18)$$

Man kann ableiten, dass für den Strom auf einem Kontakt μ_k über i Rankanäle gegeben ist durch:

$$I_k = 2 \frac{e}{h} \left[i \mu_k - \sum_{l \neq k} i T_{kl} \mu_l \right] \quad (19)$$

kann für vier Kontakte wie folgt umgeschrieben werden:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{pmatrix} = 2 \frac{e}{h} \begin{pmatrix} i & 0 & 0 & -i \\ -i & i & 0 & 0 \\ 0 & -i & i & 0 \\ 0 & 0 & -i & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \\ \mu_4 \end{pmatrix} \quad (20)$$

Unter der Annahme einer geradlinigen Messung des Potentials über μ_2 und μ_4 wissen wir, dass $I_2 = I_4 = 0$ ist, womit sich folgendes ergibt:

$$\mu_2 = \mu_1 \text{ and } \mu_4 = \mu_3; \quad (21)$$

Damit lässt sich die Matrixgleichung leicht lösen:

$$I_1 = -I_3 = I = 2i \frac{e}{h} (\mu_1 - \mu_3) = 2i \frac{e^2}{h} U_{13} \quad (22)$$

. Man kann leicht erkennen, dass die Hall-Spannung dann ist:

$$U_H = \frac{\mu_4 - \mu_2}{e} = \frac{\mu_3 - \mu_1}{e} = U_{13} \quad (23)$$

. Wenn wir diese neuen Erkenntnisse zur Berechnung des Hall-Widerstands verwenden, erhalten wir Folgendes:

$$R_H = \frac{U_H}{I} = \frac{U_{13}}{2i \frac{e^2}{h} U_{13}} = \frac{1}{i} \frac{h}{2e^2} \quad (24)$$

Wir haben also eine konsistente theoretische Beschreibung für die bei der Messung des Quanten-Hall-Effekts beobachteten Plateaus gefunden.

2.3.4 Messungen mit allgemeiner Geometrie: Van-der-Pauw-Methode

Eine einfachere Methode, um relevante Messungen des Quanten-Hall-Effekts vorzunehmen, ohne dass einer Halbleiterstruktur eine Hall-Geometrie aufgeprägt werden muss, ist die Van-der-Pauw-Methode: Die Grundidee ist, ein Stück Halbleitermaterial mit unbestimmter Geometrie zu haben, in dem ein 2-dimensionales Elektronengas erzeugt werden kann, dann können wir den Längswiderstand dank einer Reihe von Maßnahmen ableiten. Nehmen wir an, dass wir vier Kontakte auf der Probe haben, die so beschaffen sind, dass die quantenmechanischen Effekte, die sich aus der Verbindung ergeben, ignoriert werden können. Man kann dann den Widerstand über 2 Kontakte messen und einen Strom über die anderen beiden schicken:

$$R_{ABCD} = \frac{U_{AB}}{I_{CD}} \quad (25)$$

Solche Messungen müssen zyklisch wiederholt werden, wobei die Kontakte ausgetauscht werden. Mit Hilfe einiger mathematischer Werkzeuge, die wir jetzt nicht weiter erörtern, kann man feststellen, dass der tatsächliche Widerstand der Probe gleich ist:

$$\rho = \frac{\pi}{\ln 2} \left(\frac{R_{ABCD} + R_{BCDA}}{2} \right) f(Q) \quad (26)$$

Where:

$$f(Q) = \frac{R_{ABCD}}{R_{BCDA}} \quad (27)$$

ist der Van-der-Pauw-Korrekturfaktor. Mit einer solchen Geometrie können wir auch den charakteristischen Quanten-Hall-Effekt beobachten, ob man den Längs- oder Hall-Widerstand der Probe misst, hängt von der Ausgangsposition der Kontakte ab:

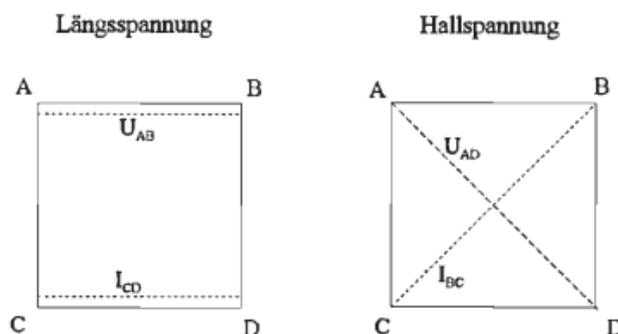


Abb. 9: Links: Messung des Längswiderstandes. Rechts: Messung des Hallwiderstandes.

3 Durchführung

Grundsätzlich wird hier die Hall- bzw. Längsspannung in Abhängigkeit vom Magnetfeld gemessen. Da aber der Hall- bzw. Längswiderstand in Abhängigkeit vom Magnetfeld dargestellt werden soll, bedarf es einer Umrechnung.

3.1 Hallbar

Der Vorwiderstand für die Hallbar wird mit einem Drehregler auf 10 MΩ eingestellt. Die Spannung beträgt 1 V. Also beträgt der Strom gemäß dem ohm'schen Gesetz

$$I = \frac{U}{R} = \frac{1 \text{ V}}{10 \text{ M}\Omega} = 100 \text{ nA}$$

Damit können dann die gemessenen Spannungen in Widerstände umgerechnet werden und in Diagrammen dargestellt werden.

Am Anfang wird das Magnetsystem sehr langsam in die Heliumkanne eingeführt. Es ist dabei wirklich wichtig, diesen Vorgang langsam auszuführen, weil sich sonst das Helium zu stark erwärmen würde und „1 Liter flüssiges Helium bei 4,2 K entspricht 749 Litern gasförmigen Heliums bei 15 °C“ [2, S. 37].

Die Probe, auf der eine sogenannte Hallbar strukturiert ist, ist auf einem Carrier mit acht Pins aufgebracht. Nun muss der Carrier mit der Probe unbedingt unter dem Licht-Mikroskop betrachtet werden, um die Kontaktbelegung notieren zu können (vgl. Abb. 10). Der Carrier wird am unteren Ende des Probenstabs befestigt. Dann wird die Hallbar in das Magnetsystem, das sich bereits in der Heliumkanne befindet, eingeführt.

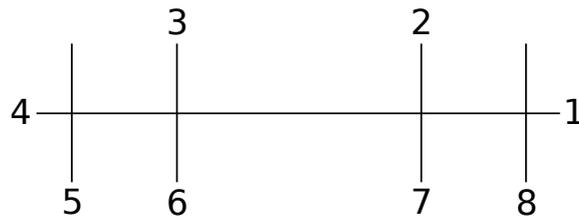


Abb. 10: Kontaktbelegung Hallbar

Der Carrier verfügt acht Pins, die ausgehend von einer Notch entgegen dem Uhrzeigersinn nummeriert sind. Die Hallbar dahingegen hat zehn Felder, die kontaktiert werden könnten. Diese Abbildung zeigt, welches Feld der Hallbar mit welchem Pin des Carriers mit einem Draht verbunden ist. Die Zahlen stellen dabei sozusagen die Pins des Carriers dar und die schwarzen Striche die Hallbar.

Durch entsprechendes Anschließen der Kabel an den Messgeräten (s. Abb. 11) kann dann entschieden werden, über welche Kontakte der Strom fließen soll und worüber welche Spannung anliegen soll.

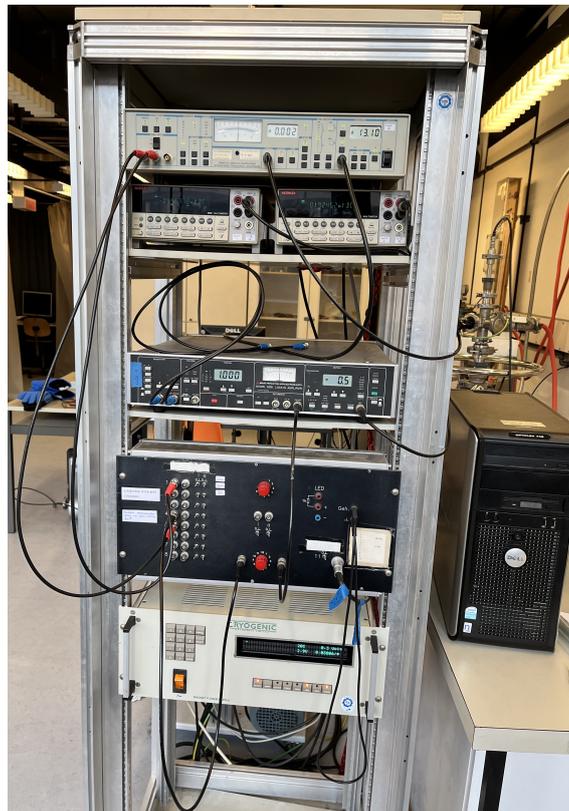


Abb. 11: Auf diesem Foto sind die im Versuch verwendeten Geräte und die Verkabelung zu sehen.

3.1.1 Messung 2 a): Magnetfeld an der Hallbar von 0 auf 5 T fahren

Bei dieser Messung fließt der Strom von 4 nach 1, die Längsspannung wird zwischen 5 und 8 und die Hallspannung zwischen 3 und 6 gemessen. Das Magnetfeld wird von 0 auf 5 Tesla mit einer Sweeprate $0,008 \frac{T}{s}$ erhöht. Dies wird im Folgenden zur besseren Übersichtlichkeit kompakt in Tabellen dargestellt:

Magnetfeldänderung [T]	Sweeptrate [$\frac{T}{s}$]	Strom	Längsspannung	Hallspannung
0 ... 5	0,008	4 - 1	5 - 8	3 - 6

Tabelle 1: Parameter zur Messung 2 a)

Dabei ergibt sich der Graph in Abb. 12.

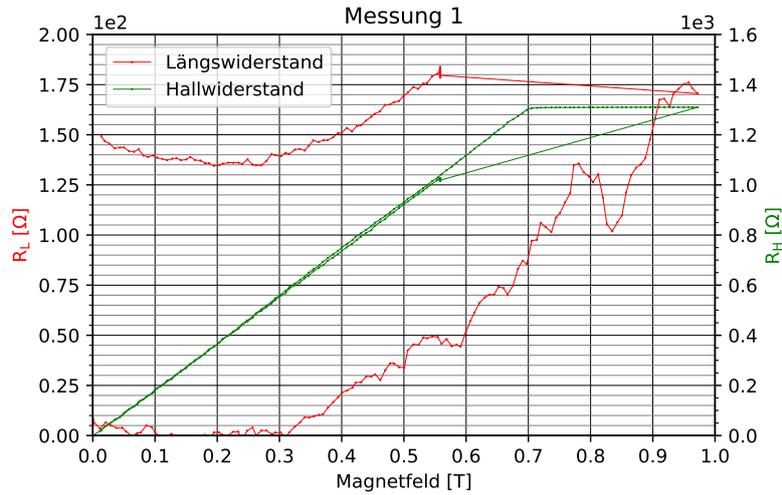


Abb. 12: Graphen zur Messung 2 a) (1. Versuch). Der rote Graph zeigt den Längswiderstand und der grüne Graph den Hallwiderstand.

Die Magnetfeldstärke hätte von 0 auf 5 Tesla erhöht werden sollen. Nach kurzer Zeit wurde festgestellt, dass die Graphen ab einem gewissen Magnetfeld oben abgeschnitten werden. Das liegt vermutlich daran, dass die Sensitivität nicht richtig eingestellt war und somit der abbildbare Wertebereich zu gering ist.

Also wurde die Sensitivität angepasst und die Messung wiederholt. Das Ergebnis ist in Abb. 13 zu sehen.

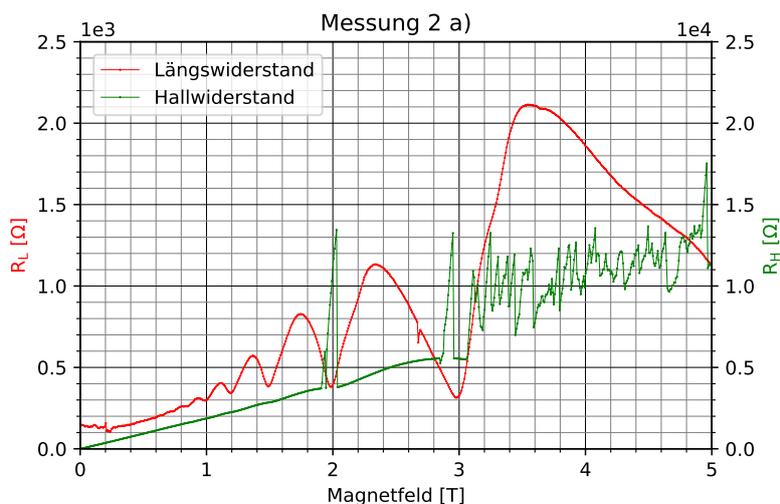


Abb. 13: Graphen zur Messung 2 a) (2. Versuch). Der rote Graph zeigt den Längswiderstand und der grüne Graph den Hallwiderstand.

Die Hallspannung weist bei 2 Tesla einen Peak und ab ca. 3 Tesla starkes Rauschen auf. Dies hängt oft mit der Kontaktbelegung zusammen. Also wird bei folgenden Messungen eine andere Kontaktbelegung gewählt.

3.1.2 Messung 2 b): Magnetfeld an der Hallbar von -5 auf 5 T fahren

Nun wurden die Kabeln gemäß Tab. 2 umgesteckt.

Magnetfeldänderung [T]	Sweeptrate [$\frac{T}{s}$]	Strom	Längsspannung	Hallspannung
5 ... -5	0,006	5 - 8	6 - 7	2 - 7

Tabelle 2: Parameter zur Messung 2 b)

Es ergibt sich das Diagramm in 14.

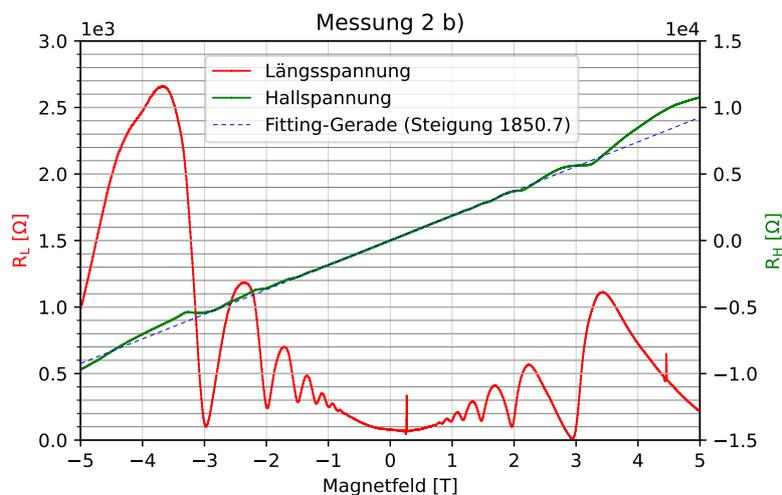


Abb. 14: Graphen zur Messung 2 b). Der rote Graph zeigt die Längsspannung und der grüne Graph die Hallspannung. Die Fitting-Gerade wurde nur im linearen Bereich an den Graphen des Hallwiderstandes angepasst. Zudem wurde die Fitting-Gerade zur besseren Übersichtlichkeit gestrichelt dargestellt.

Die Magnetfeldstärke wird von 5 auf -5 Tesla reduziert. Der grüne Graph zeigt die Hallspannung. Dieser Graph ist eine Gerade mit den Hall-Plateaus bei geraden Füllfaktoren. Der rote Graph zeigt die Längsspannung. Dieser Graph zeigt die Shubnikov-de-Haas-Oszillationen. Die Minima der Shubnikov-de-Haas-Oszillationen treten bei den Magnetfeldstärken auf, an denen auch die Hall-Plateaus auftreten.

3.1.3 Messung 2 c): Magnetfeld an der Hallbar von -5 auf 0 T fahren

Da die vorherige Messung gut klappte, wurde die Kontaktbelegung beibehalten.

Magnetfeldänderung [T]	Sweeptrate [$\frac{T}{s}$]	Strom	Längsspannung	Hallspannung
-5 ... 0	0,008	5 - 8	6 - 7	2 - 7

Tabelle 3: Parameter zur Messung 2 c)

Es ergibt sich der Graph in Abb. 15.

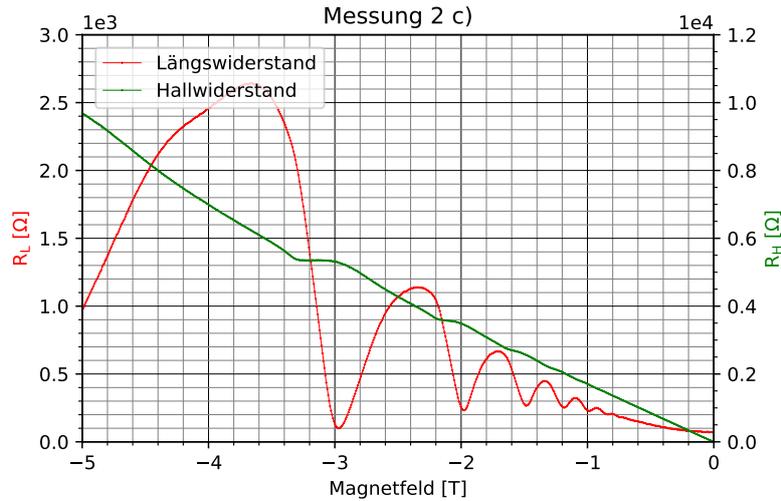


Abb. 15: Graphen zur Messung 2 c). Der rote Graph zeigt die Längsspannung und der grüne Graph die Hallspannung.

3.2 Hallplateaus

Hallplateaus ergeben sich laut [2] bei den Widerständen

$$R_H = \frac{1}{\nu} \frac{h}{e^2} = \frac{1}{\nu} \cdot 25812,8 \Omega \quad (28)$$

Diese theoretischen Werte und die experimentell ermittelten Werte (s. Abb. 15) sind in Tabelle 4 dargestellt.

ν	$R_{H,theo} [\Omega]$	$R_{H,exp} [\Omega]$	Abweichung $1 - \frac{R_{H,exp}}{R_{H,theo}}$	$\nu \cdot R_{H,exp} [\Omega]$
4	6453	-	-	-
6	4302	5350	24 %	32100
8	3227	3550	10 %	28400
10	2581	2650	3 %	26500
12	2151	-	-	-

Tabelle 4: Vergleich der theoretischen mit den experimentellen Werten bei der Hallbar

Die experimentell bestimmten Klitzing-Konstanten weichen also vor allem für kleinere Füllfaktoren stark von der theoretischen Klitzing-Konstante ab. Dies liegt zum einen daran, dass die Hall-Widerstände schwer abzulesen sind, da die Graphen nicht exakt konstant sind. Zum anderen stellte sich später heraus, dass ein LockIn nicht korrekt funktioniert. Außerdem werden in diesem Versuch höhere Temperaturen verwendet (4,2 K) als Klaus von Klitzing verwendet hatte (1,5 K). Ein weiterer Unterschied ist, dass bei diesem Versuch Halbleiterheterostrukturen verwendet wurden, Klaus von Klitzing jedoch an MOSFETs seine Messungen durchgeführt hatte.

Nun wird der Probenstab langsam aus dem Magnetsystem genommen und in die Halterung auf den Tisch gelegt. Damit sich der Probenstab schneller erwärmt, wird er mit einem Föhn erhitzt. Anschließend wird der Carrier mit der Hallbar aus dem Probenstab genommen.

3.3 Spinaufspaltung

Für den Füllfaktor ν gilt:

$$\nu = 2 \cdot i \quad (29)$$

wobei i die Anzahl der besetzten Landau-Niveaus ist. Die Spinaufspaltung kann „[e]rst bei sehr hohen Felder [...] experimentell aufgelöst werden, so dass auch Plateaus mit ungeradem Füllfaktor auftreten [...]“ [2, S.23]. Da bei diesem Versuch kleinere Magnetfelder verwendet werden, treten nur spinentartete Landau-Niveaus auf und es sind nur die Plateaus mit geradzahligem Füllfaktor beobachtbar.

3.4 Ladungsträgerdichte, Beweglichkeit, mittlere freie Weglänge

Die Ladungsträgerdichte n_s kann auf zwei verschiedene Weisen berechnet werden:

1. Über die Steigung der Hallgerade:

Die Hallgerade wird linear gefittet (s. Abb. 14) und die Steigung abgelesen:

$$\frac{dR_H}{dB} = 1850,7 \frac{\Omega}{T} \quad (30)$$

Dann kann die Ladungsträgerdichte n_s berechnet werden:

$$n_s = \frac{1}{e} \frac{1}{\frac{dR_H}{dB}} = \frac{1}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \frac{1}{1850,7 \frac{\Omega}{T}} = 3,37 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2} \quad (31)$$

2. Über die Minima der SdH-Oszillationen:

$$n_s = \nu \cdot \frac{eB}{h} \quad (32)$$

Und damit unter Betracht von Abb. 14:

$$n_s(\nu = 6) = 6 \cdot \frac{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 2,9 \text{ T}}{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}} \approx 4,20 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$$

$$n_s(\nu = 8) = 8 \cdot \frac{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,9 \text{ T}}{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}} \approx 3,67 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$$

$$n_s(\nu = 10) = 10 \cdot \frac{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,4 \text{ T}}{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}} \approx 3,38 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$$

Die mit der zweiten Methoden bestimmten Ladungsträgerdichte sind höher als die mit der ersten Methode. Dabei ist es jedoch auch schwierig die Magnetfeldstärken der Minima genau abzulesen. Deshalb ist das Ergebnis im Rahmen der Mess- und Ablesegenauigkeit in Ordnung. Als Mittelwert aus den vier Ladungsträgerdichten ergibt sich

$$\bar{n}_s = 3,66 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$$

Die Beweglichkeit μ berechnet sich mit:

$$\mu = \frac{1}{\bar{n}_s e R_0} = \frac{1}{3,62 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 100 \Omega} = 17,1 \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}} \quad (33)$$

Die mittlere freie Weglänge l berechnet sich mit:

$$l = \mu \frac{\hbar \sqrt{2\pi n_s}}{e} = 17,2 \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}} \cdot \frac{1,055 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot \sqrt{2\pi \cdot 3,62 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}}}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 1,70 \cdot 10^{-6} \text{ m} \quad (34)$$

3.5 Van der Pauw Probe

Zuerst wird der Carrier mit der Van der Pauw (= vdP) Probe unter dem Licht-Mikroskop betrachtet, um wieder die Kontaktbelegung notieren zu können. Es ergibt sich die Kontaktbelegung gemäß Abb. 16.

Der Vorwiderstand für die Hallbar wird mit einem Drehregler auf $1\text{ M}\Omega$ eingestellt. Die Spannung beträgt 1 V . Also beträgt der Strom gemäß dem ohm'schen Gesetz

$$I = \frac{U}{R} = \frac{1\text{ V}}{1\text{ M}\Omega} = 1\text{ }\mu\text{A}$$

Damit können dann die gemessenen Spannungen in Widerstände umgerechnet werden und in Diagrammen dargestellt werden.

Der Carrier verfügt acht Pins, die ausgehend von einer Notch entgegen dem Uhrzeigersinn nummeriert sind. Die vdP-Probe dahingegen hat vier Felder, die kontaktiert werden könnten. Diese Abbildung zeigt, welches Feld der vdP-Probe mit welchem Pin des Carriers mit einem Draht verbunden ist. Die Zahlen stellen dabei sozusagen den Carrier dar und die schwarzen Striche die vdP-Probe.

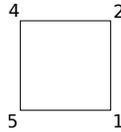


Abb. 16: Kontaktbelegung vdP-Probe

3.5.1 Messung 4 a): Magnetfeld an der vdP-Probe von 0 auf 5 T fahren

Bei dieser Messung werden die Kabel gemäß Tab. 5 angeschlossen.

Magnetfeldänderung [T]	Sweeptrate [$\frac{\text{T}}{\text{s}}$]	Strom	Längsspannung	Hallspannung
0 ... 5	0,008	4 - 1	-	2 - 5

Tabelle 5: Parameter zur Messung 4 a)

Es ergibt sich der Graph in Abb. 17.

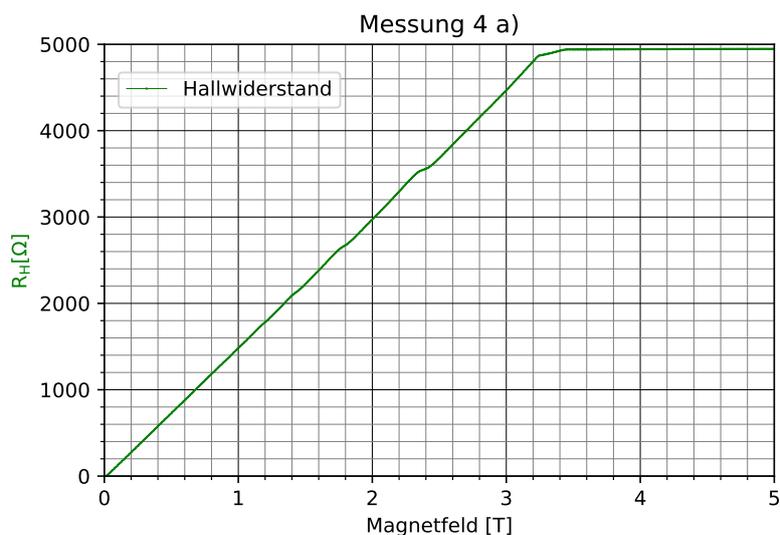


Abb. 17: Graph zur Messung 4 a). Der grüne Graph zeigt den Hallwiderstand in Abhängigkeit von der Magnetfeldstärke. Ab ca. 3,2 Tesla ist der Graph abgeschnitten.

Ab ca. 3,2 Tesla ist der Graph abgeschnitten bzw. verläuft konstant weiter. Dies liegt daran, dass die Sensitivität nicht passend eingestellt war und somit der abbildbare Wertebereich zu gering ist.

3.5.2 Messung 4 b): Magnetfeld an der vdP-Probe von 5 auf -5 T fahren

Bei dieser Messung werden die Kabel gemäß Tab. 6 angeschlossen.

Magnetfeldänderung [T]	Sweeptrate [$\frac{T}{s}$]	Strom	Längsspannung	Hallspannung
5 ... -5	0,006	4 - 1	-	2 - 5

Tabelle 6: Parameter zur Messung 4 b)

Es ergibt sich der Graph gemäß Abb. 18

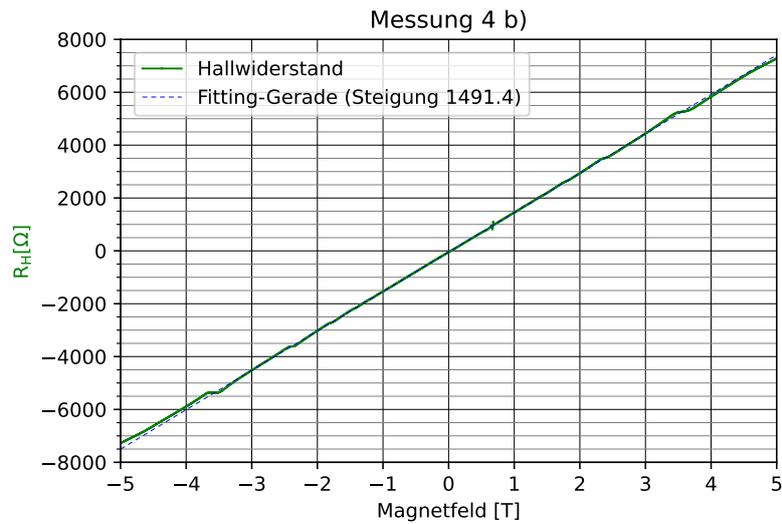


Abb. 18: Graphen zur Messung 4 b). Der grüne Graph zeigt den Hallwiderstand in Abhängigkeit von der Magnetfeldstärke. Die Fitting-Gerade wurde nur im linearen Bereich an den Graphen des Hallwiderstandes angepasst. Zudem wurde die Fitting-Gerade zur besseren Übersichtlichkeit gestrichelt dargestellt.

3.5.3 Messung 4 c): Magnetfeld an der vdP-Probe von -5 auf 5 T fahren

Bei dieser Messung werden die Kabel gemäß Tab. 7 angeschlossen.

Magnetfeldänderung [T]	Sweeptrate [$\frac{T}{s}$]	Strom	Längsspannung	Hallspannung
-5 ... 5	0,006	4 - 2	5 - 1	-

Tabelle 7: Parameter zur Messung 4 c)

Es ergibt sich der Graph gemäß Abb. 19

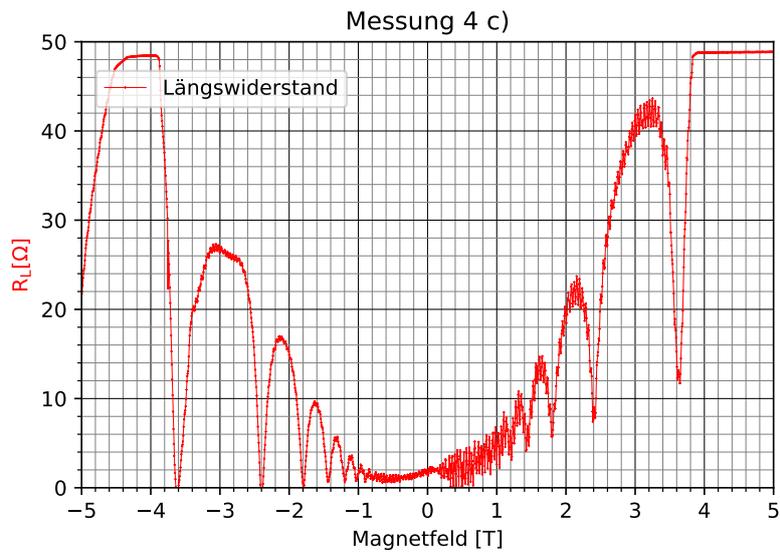


Abb. 19: Graph zur Messung 4 c). Der rote Graph zeigt den Längswiderstand in Abhängigkeit von der Magnetfeldstärke.

3.5.4 Messung 4 d): Magnetfeld an der vdP-Probe von 5 auf -0,5 T fahren

Bei dieser Messung werden die Kabel gemäß Tab. 8 angeschlossen.

Magnetfeldänderung [T]	Sweeptrate [$\frac{T}{s}$]	Strom	Längsspannung	Hallspannung
5 ... -0,5	0,008	4 - 2	5 - 1	-

Tabelle 8: Parameter zur Messung 4 d)

Es ergibt sich der Graph in Abb. 20.

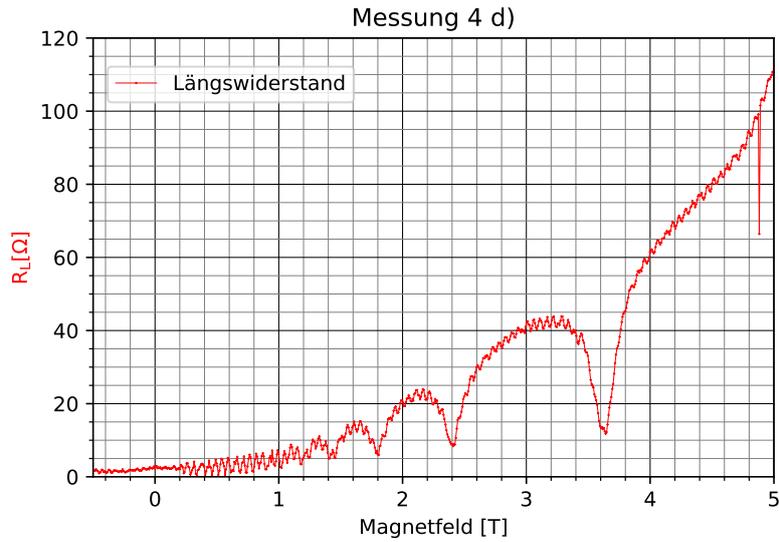


Abb. 20: Graph zur Messung 4 d). Der rote Graph zeigt den Längswiderstand in Abhängigkeit von der Magnetfeldstärke.

Der Graph zeigt zusätzliche Oszillationen. Dies könnte an einer falsch eingestellten Sensitivity am LockIn liegen. Eine weitere, aber eher unwahrscheinlichere, Ursache könnte ein externes Magnetfeld sein, das auf die Probe eingewirkt hat.

3.5.5 Messung 5: Messung der Längsspannung unter der zyklischen Vertauschung der Kontakte

Ab jetzt wurden das Magnetfeld immer abwechselnd von -0,5 T auf 0,5 T bzw. von 0,5 T auf -0,5 T variiert. Die Sweeprate beträgt $0,004 \frac{T}{s}$. Es wurde LockIn 1 verwendet und die Kabel gemäß Tab. 9 angeschlossen.

Magnetfeldänderung [T]	Sweeprate [$\frac{T}{s}$]	Strom	Längsspannung	Hallspannung
-0,5 ... 0,5	0,004	4 - 2	5 - 1	-

Tabelle 9: Parameter zur Messung 5 (1524)

Es ergibt sich der Graph gemäß Abb. 21

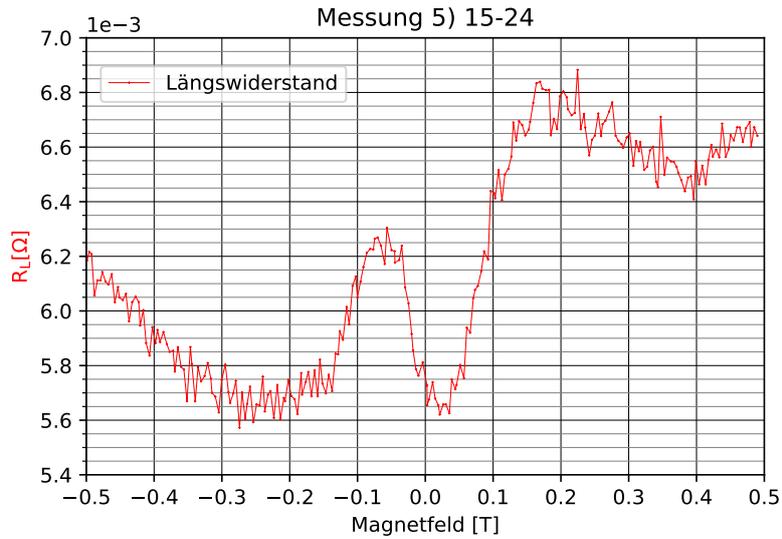


Abb. 21: Graph zur Messung 5 mit der Kontaktierung 15-24. Der rote Graph zeigt die Abhängigkeit des Längswiderstandes von der Magnetfeldstärke.

Leider kam kein wirklich aussagekräftiger Graph zustande, sondern nur ein Rauschen. Dies liegt daran, dass unsere Sensitivity zu grob eingestellt war (1 mV anstatt 20 μ V).

Da bei der vorherigen Messung keine aussagekräftigen Graphen zustande kamen, wurde ab jetzt LockIn 2 verwendet. Bei dieser Messung werden die Kabel gemäß Tab. 10 angeschlossen.

Magnetfeldänderung [T]	Sweeptrate [$\frac{T}{s}$]	Strom	Längsspannung	Hallspannung
0,5 ... -0,5	0,004	5 - 4	1 - 2	-

Tabelle 10: Parameter zur Messung 9 (2145)

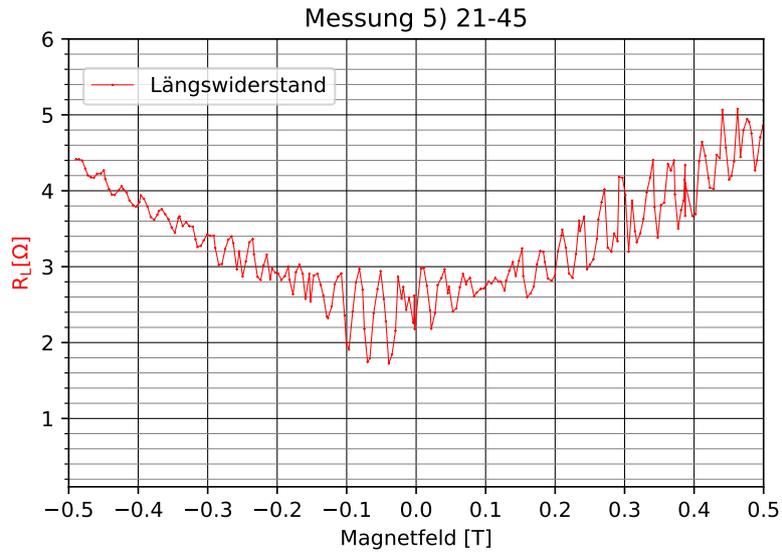


Abb. 22: Graph zur Messung 5 mit der Kontaktierung 21-45. Der rote Graph zeigt die Abhängigkeit des Längswiderstandes von der Magnetfeldstärke.

Bei folgender Messung werden die Kabel gemäß Tab. 11 angeschlossen.

Magnetfeldänderung [T]	Sweeptrate [$\frac{T}{s}$]	Strom	Längsspannung	Hallspannung
-0,5 ... 0,5	0,004	1 - 5	2 - 4	-

Tabelle 11: Parameter zur Messung 5 (42-51)

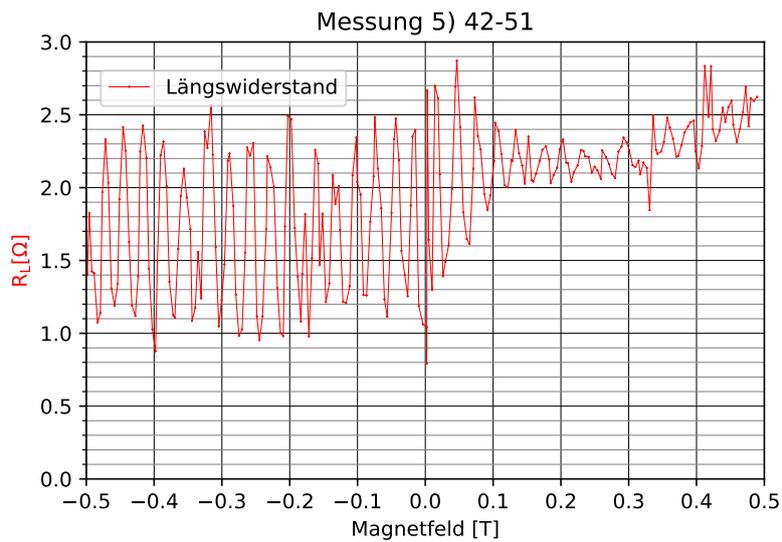


Abb. 23: Graph zur Messung 5 mit der Kontaktierung 42-51. Der rote Graph zeigt die Abhängigkeit des Längswiderstandes von der Magnetfeldstärke.

Bei folgender Messung werden die Kabel gemäß Tab. 12 angeschlossen.

Magnetfeldänderung [T]	Sweeptrate [$\frac{T}{s}$]	Strom	Längsspannung	Hallspannung
-0,5 ... 0,5	0,004	2 - 1	4 - 5	-

Tabelle 12: Parameter zur Messung 5 (5412)

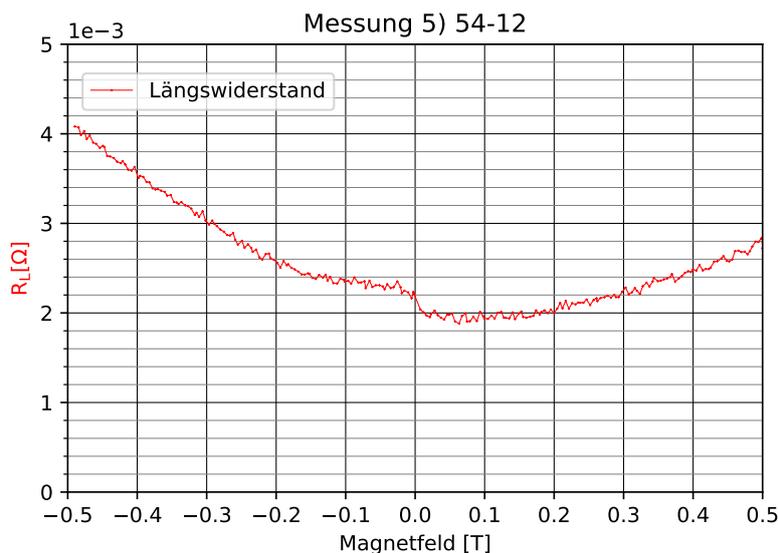


Abb. 24: Graph zur Messung 5 mit der Kontaktierung 54-12. Der rote Graph zeigt die Abhängigkeit des Längswiderstandes von der Magnetfeldstärke.

Leider kam kein wirklich aussagekräftiger Graph zustande, sondern nur ein Rauschen. Dies liegt daran, dass unsere Sensitivity zu grob eingestellt war (1 mV anstatt 20 μ V).

3.6 Hallplateaus

Die theoretischen Werte und die experimentell ermittelten Werte (s. Abb. 18) sind in Tab. 13 dargestellt.

ν	$R_{H,theo}$ [Ω]	$R_{H,exp}$ [Ω]	Abweichung $1 - \frac{R_{H,exp}}{R_{H,theo}}$	$\nu \cdot R_{H,exp}$ [Ω]
4	6453	-	-	-
6	4302	5250	22,0 %	31500
8	3227	3500	8,5 %	28000
10	2581	2600	0,74 %	26000
12	2151	-	-	-

Tabelle 13: Vergleich der theoretischen mit den experimentellen Werten bei der vdP-Probe

Auch hier weichen die experimentell bestimmten Klitzing-Konstanten vor allem für kleinere Füllfaktoren stark von der theoretischen Klitzing-Konstante ab. Die Gründe sind wohl dieselben wie bei der Hallbar.

3.7 Ladungsträgerdichte, Beweglichkeit, mittlere freie Weglänge

Die Ladungsträgerdichte n_s kann wieder auf zwei verschiedene Weisen berechnet werden:

1. Über die Steigung der Hallgerade:

Die Hallgerade wird linear gefittet (s. Abb. 14) und die Steigung abgelesen:

$$\frac{dR_H}{dB} = 1491,4 \frac{\Omega}{T} \quad (35)$$

Dann kann die Ladungsträgerdichte n_s berechnet werden:

$$n_s = \frac{1}{e} \frac{1}{\frac{dR_H}{dB}} = \frac{1}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \frac{1}{1491,4 \frac{\Omega}{T}} = 4,19 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2} \quad (36)$$

2. Über die Minima der SdH-Oszillationen:

$$n_s = \nu \cdot \frac{eB}{h} \quad (37)$$

Und damit (s. Abb. 20 und Formel (30) in [2]):

$$n_s(\nu = 6) = 6 \cdot \frac{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 3,7 \text{ T}}{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}} \approx 5,37 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$$

$$n_s(\nu = 8) = 8 \cdot \frac{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 2,4 \text{ T}}{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}} \approx 4,64 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$$

$$n_s(\nu = 10) = 10 \cdot \frac{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,8 \text{ T}}{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}} \approx 4,35 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$$

Als Mittelwert aus den vier Ladungsträgerdichten ergibt sich

$$\bar{n}_s = 4,64 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}.$$

Die Messungen aus den Abb. 23 und 24 werden im Folgenden aufgrund der falsch eingestellten Sensitivity nicht mehr beachtet. Es ergibt sich also:

R_{2145}	$2,4 \Omega$
R_{4251}	$2,0 \Omega$
R_{Mittel}	$2,2 \Omega$

Tabelle 14: Widerstandswerte durch zyklischen Vertauschen der Kontakte bei der vdP-Methode

„Bei zweidimensionalen Systemen stimmt ρ mit dem Schichtwiderstand R_{\square} der Probe überein“ [2, S.30]. Daher folgen mithilfe der Formel (52) aus [2]

$$\rho = \frac{\pi}{\ln 2} \left(\frac{R_{ABCD} + R_{BCDA}}{2} \right) f(Q) \quad \text{wobei} \quad Q = \frac{R_{ABCD}}{R_{BCDA}}$$

die Werte in Tab. 15.

$\frac{R_i}{R_j}$	Q	f(Q)	$R_{\square} [\Omega]$
$\frac{R_{2145}}{R_{4251}}$	1,2	1,0	9,97
R_{Mittel}			9,97

Tabelle 15: Berechnung des Schichtwiderstandes

Der Korrekturfaktor $f(Q)$ wird dabei aus folgender Abbildung abgelesen:

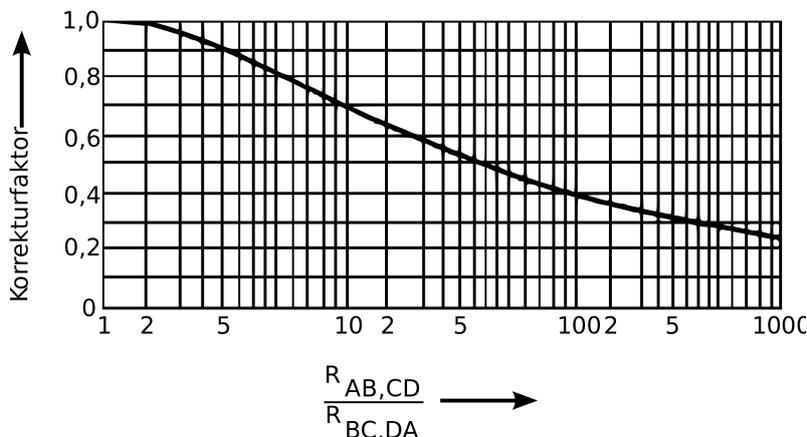


Abb. 25: Graph, an dem der Korrekturfaktor $f(Q)$ abgelesen werden kann. [5]

Normalerweise sollte hier ein Mittelwert gebildet werden können. Da aber nur zwei korrekte Graphen vorliegen (bei denen die Sensitivity richtig eingestellt war), ist eine Mittelung nicht möglich. Die Beweglichkeit μ berechnet sich mit:

$$\mu = \frac{1}{n_s e R_{\square}} = \frac{1}{4,64 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 9,97 \Omega} \approx 135,0 \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}} \quad (38)$$

Die mittlere freie Weglänge l berechnet sich mit:

$$l = \mu \frac{\hbar \sqrt{2\pi n_s}}{e} = 134,6 \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}} \cdot \frac{1,055 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot \sqrt{2\pi \cdot 3,62 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}}}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \approx 1,34 \cdot 10^{-5} \text{ m} \quad (39)$$

3.8 Hallbar vs. vdP-Probe

Vergleicht man die Ergebnisse der Hallbar mit der vdP-Methoden, so stellt man fest, dass sie zwar (meist) in der gleichen Größenordnung sind, die Abweichungen aber doch relativ groß sind.

Beim Vergleich der Tabellen 4 und 13 stellt man fest, dass die vdP-Probe etwas genauere Ergebnisse liefert. Da bei unserem Versuch jedoch keine optimale Bedingungen gelten (etwas zu hohe Temperatur, nicht genügend Messungen, ...) kann deshalb nicht direkt schlussgefolgert werden, dass die vdP-Messung im Allgemeinen genauer als die Hallbar-Messung ist.

Die Ladungsträgerdichten, die durch die Hallbar-Messung bestimmt wurde, unterscheidet sich zwar von der Ladungsträgerdichte, die durch die vdP-Messung bestimmt wurde, jedoch stimmt die Größenordnung überein:

$$\frac{3,66 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}}{4,64 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}} \approx 0,779 \quad (40)$$

Also unterscheiden sie sich um 22,1 % voneinander.

Die Beweglichkeit und somit auch die mittlere freie Weglänge unterschieden sich deutlich voneinander, was vermutlich daran liegt, dass bei der vdP-Messung nur ein Schichtwiderstand bestimmt werden konnte, da die Sensitivity bei den anderen Messungen falsch eingestellt war.

4 Fazit

Bei diesem Praktikumsversuch wurden zwei verschiedene Messmethoden, nämlich die Hallbar-Messung und die van der Pauw-Messung verwendet, um den Quantenhall-Effekt sowie Shubiknov-de-Haas Oszillationen nachweisen zu können. Dies gelang auf den ersten Blick auch gut. Bei der Auswertung fiel dann leider auf, dass die Klaus-von-Klitzing Konstanten doch relativ stark vom theoretischen Wert abweichen.

Im Großen und Ganzen ist dieser Versuch jedoch sehr gut dafür geeignet um erste Einblicke in die Halbleiterphysik sowie in die Tieftemperaturphysik zu bekommen. Außerdem wurden die Messdaten mit Python ausgewertet. Dadurch konnte man definitiv seine Programmierkenntnisse wieder auffrischen und auch erweitern.

Abbildungsverzeichnis

1	Beispiel einer QHE-Messung: Der geradlinige Plot mit Plateaus ist repräsentativ für den Hall-Widerstand R_H , der Längswiderstand zeigt die charakteristischen Shubnikov-de Haas-Oszillationen.	2
2	Klassischer Hall-Effekt	3
3	Isolierung und skipping orbits	5
4	Schichtaufbau einer typischen Heterostruktur: Eine Deckschicht dient als Oxidationsschutz, und die Spacerschicht sorgt für die räumliche Trennung von Dotierschicht und 2DEG. rechts: Bandverlauf in der Heterostruktur: An der Grenzschicht zwischen GaAs und AlGaAs entsteht ein Potentialtopf, in den die Elektronen eingesperrt sind.	5
5	Darstellungen der relevanten Eigenschaften einer Halbleiterstruktur, die für 2-dimensionale Elektronengasexperimente verwendet wird. Links: Wellenfunktionen in z-Richtung Mitte: Bandstruktur. Rechts: Zustandsdichte als Funktion der Energie.	6
6	Die Auswirkungen der Landau-Niveaus im Impulsraum und DOS(E): Man kann beobachten, wie viele Eigenzustände in wirklich hoch entarteten Eigenzuständen kondensiert werden[1].	7
7	Wirkung von Rankanale auf das Energiespektrum von Elektronen.	8
8	Hall-Kreuz-Geometrie, werden die Kontakte so indiziert, dass sie mit den Definitionen übereinstimmen.	8
9	Links: Messung des Längswiderstandes. Rechts: Messung des Hallwiderstandes.	10
10	Kontaktbelegung Hallbar	11
11	Geräteaufbau	11
12	Graphen zur Messung 2 a) (1. Versuch)	12
13	Graphen zur Messung 2 a) (2. Versuch)	13
14	Graphen zur Messung 2 b)	14
15	Graphen zur Messung 2 c)	15
16	Kontaktbelegung vdP-Probe	17
17	Graph zur Messung 4 a)	18
18	Graph zur Messung 4 b)	19
19	Graph zur Messung 4 c)	20
20	Graph zur Messung 4 d)	21
21	Graph zur Messung 5 mit der Kontaktierung 15-24	22
22	Graph zur Messung 5 mit der Kontaktierung 21-45	23
23	Graph zur Messung 5 mit der Kontaktierung 42-51	23
24	Graph zur Messung 5 mit der Kontaktierung 54-12	24
25	Graph des Korrekturfaktors	26

Literaturverzeichnis

- [1] *Festkörperphysik, year = 2018,*. De Gruyter.
- [2] *Fortgeschrittenen-Praktikum Der Quanten-Hall-Effekt.* Universität Regensburg, 2000.
- [3] sciencevaria. Topological insulators and hall effect. <http://sciencevaria.blogspot.com/2014/02/topological-insulators-and-hall-effect.html>. (accessed 25.03.2022).
- [4] Gymnasium Westerstede. Halleffekt. <https://www.physik.gym-wst.de/de/qphase/ga/magnetfeld/03.halleffekt>. (accessed 24.03.2022).
- [5] Wikipedia. Van-der-pauw-messmethode. <https://de.wikipedia.org/wiki/Van-der-Pauw-Messmethode>. (accessed 24.03.2022).